

$$[K] = \frac{[v] \cdot [\mu] \cdot [\Delta L]}{[\Delta P]} = \frac{(L \cdot T^{-1}) (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}) (L)}{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2} = L^2$$

لقد عبّر عن واحدة نفوذية الوسط المسامي بالوحدة الدولية $m^2 \cdot 10^{-12}$ والتي

سميت بالدارسي (D) ، باستخدام المعادلات (٢٢-٢) ، (١٩-١) :

$$K = \frac{\mu \cdot Q \cdot \Delta L}{F \cdot \Delta P} \quad (٢٥-٢)$$

لنعوض القيم التالية في المعادلة (٢٥-٢) :

$$Q = 10^{-6} m^3 / S , \mu = 1 c . P = 10^{-3} N . S / m^2$$

$$F = 10^{-4} m^2 , \Delta L = 10^{-2} m ,$$

$$\Delta P = 1 atm = 9,81 \cdot 10^{-4} kg / m . s^2$$

سنحصل على واحدة النفوذية $K = 1 D$

فإذا مرر في وسط مسامي طوله ١ سم ومقطعه ١ سم^٢ ، كمية من السائل ١ سم^٣/ثا ذي اللزوجة التحريكية اسنتي بواز ، عند فاقد ضغط ١ ضغط جوي ، فنفوذية هذا الوسط ستساوي واحد دارسي . ويمكن التعبير عن هذه النفوذية ، من أجل الصخور ذات النفوذية الضعيفة ، بواحدة أصغر وهي الملي دارسي .

$$1 m D = 10^{-3} D$$

٢-٤- حدود استعمال قانون الارتشاح الخطي :

لقد أجريت أبحاث كثيرة حول دراسة حدود استخدام قانون الارتشاح الخطي (قانون دارسي) ، ونتيجة هذه الأبحاث تم التوصل إلى وجود مجموعتين من الأسباب التي تؤدي إلى الانزياح عن قانون دارسي :

(١) الانزياح الناتج عن ظهور قوى العطالة عند سرعة ارتشاح عالية (الحدود العليا لاستخدام قانون دارسي) .

(٢) الانزياح عند سرعة ارتشاح منخفضة ، الناتج عن الخواص المرنة غير النيوتونية للسائل ، والتأثير المتبادل مابين هذه السوائل والجزء الصلب من الوسط المسامي (الحدود الدنيا لاستخدام قانون دارسي) .

ليس من الضروري التوقف فقط عند الدراسة الكيفية للانزياح عن قانون الارتشاح الخطي ، بل ويجب دراسة هذا الانزياح كما . وسنعرض فيما يلي عدداً من الأنحاث التي قام بها عدد من الباحثين حول الحدود التي يتم عندها الانزياح عن قانون دارسي :

٢-٤-١ - بافلوفسكي (PAVLOVSKY) :

كان بافلوفسكي أول من ربط استخدام قانون دارسي بعدد رينولدز ، حيث إنه وكما في جريان السوائل في الأنابيب ، فإن عدد رينولدز هذا يعبر عن وجود نظام صفحي للجريان . إن أول علاقة لبافلوفسكي عند جريان السائل في الأنابيب الأسطوانية كانت :

$$Re. = \frac{u \cdot D}{v} \quad (2-26)$$

حيث إن : u - السرعة الوسطية للجريان في الأنبوب ، D - قطر الأنبوب
 v - اللزوجة الحركية (الكينماتيكية) للسائل .

عبر بافلوفسكي في هذه المعادلة عن جريان السائل من خلال صخر مثالي يتألف من قنوات مسامية أسطوانية متوازية ، ومن ثم قام بالانتقال إلى الصخر الحقيقي باستخدام مفهوم القطر الفعال وذلك بالمعادلة التالية :

$$Re = \frac{1}{0,75 m + 0,23} \frac{v d_E}{v} \quad (2-27)$$

حيث إن : m - المسامية ، v - سرعة الارتشاح ، d_E - القطر الفعال .
 لقد وضع هذا الباحث تجريبياً القيم الحدية لعدد رينولدز المحصول عليه بالمعادلة :

$$Re_{kr} = 7,5 - 9 \quad (2-28)$$

يعني هذا أنه إذا كان عدد رينولدز المحصول عليه بالمعادلة (٢-٢٧) أقل من (7,5) فإن الجريان يحقق قانون دارسي ، أما إذا كان أكبر من (9) فإن القانون سينزاح عن قانون الارتشاح الخطي ، ويصبح الجريان غير خطي .

إن اتساع مجال القيم الحدية لعدد رينولدز يفسر بعدم الأخذ بعين الاعتبار بناء

الفراغات المسامية في المعادلة (٢٧-٢) . كذلك يؤثر انتقال الجريان من نظام ارتشاح معين إلى آخر على هذا المجال المحدد بالمعادلة (٢٨-٢) .

٢-٤-٢- م . د . ميلونشيكوف (MELLIONSHIKOV) :

لقد قام هذا الباحث باقتراح المعادلة التالية لحساب عدد رينولدز :

$$Re = \frac{1}{m^{1.5}} \cdot \frac{v \sqrt{K}}{v} \quad (٢٩-٢)$$

أما القيم الحدية لعدد رينولدز المحسوب بالمعادلة (٢٩-٢) فكانت :

$$Re_{kr} = 0,022 - 0,29 \quad (٣٠-٢)$$

٢-٤-٣- فينتشر ، لويس ، بيرنس (FINSHER , LOVES , BERNIS) :

قام هؤلاء الباحثون في عام ١٩٣٣ ببحث جريان النفط والماء والهواء أو الغاز على عينة رملية ورملية مسمتة . حيث تتغير المسامية والنفوذية فيها ضمن مجال واسع (المسامية من ١٢,٣ وحتى ٣٧,٨٪ والنفوذية من ٣,١٣ وحتى ٣٠٠٠ ميلي دارسي) . فقد قاموا بتحليل نتائج تجاربهم ووجدوا أنه هناك علاقة تربط عدد رينولدز Re بالمقاومة الهيدروليكية λ .

من المعروف أن فاقد الضغط الناتج عن الاحتكاك في الأنابيب الأسطوانية العادية يعطى بالمعادلة التالية :

$$h = \lambda \frac{L}{D} \frac{w^2}{2g} \quad (٣١-٢)$$

ومنه :

$$\lambda = \frac{2ghD}{Lw^2} \quad (٣٢-٢)$$

حيث إن : λ - معامل المقاومة الهيدروليكية ، L - طول الأنبوب ،

D - قطر الأنبوب ، w - السرعة الوسطية لحركة السائل ، g - تسارع الجاذبية الأرضية .

وبضرب الصورة والمخرج في المعادلة (٣٢-٢) بالوزن النوعي للسائل $\gamma = \rho \cdot g$

وبأخذ $\Delta P = h \cdot \gamma$ بعين الاعتبار نحصل على :

$$\lambda = \frac{2 D \cdot \Delta P}{\rho \cdot L \cdot w^2} \quad (2-33)$$

أما عدد رينولدز في هذه الحالة فيحدد بالمعادلة التالية :

$$Re = \frac{w \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad (2-34)$$

ومن أجل الارتشاح في الوسط المسامي توصل هؤلاء الباحثون إلى المعادلتين التاليتين :

$$\lambda = \frac{d_p \cdot \Delta P}{2 \rho v^2 \Delta L} \quad (2-35)$$

$$Re = \frac{v d_p \rho}{\mu} = \frac{v d_p}{\nu} \quad (2-36)$$

حيث إن : ρ - كثافة السائل ، d_p - القطر الفعال للحبيبات المشكلة للوسط

المسامي ، v - سرعة الارتشاح . ويحدد القطر الفعال بالمعادلة (1-17) .

بمقارنة المعادلتين (2-33) ، (2-34) ، مع (2-35) ، (2-36) نرى أن

هؤلاء الباحثين استبدلوا كلاً من السرعة الوسطية لحركة جزيئات السائل w و قطر

الأنبوب D ، بسرعة الارتشاح v والقطر الفعال d_p للحبيبات المكونة للوسط المسامي ،

حيث إن استخدام هذه المفاهيم هو الأصح لأنها تعطي القيم الأقرب إلى الحقيقة .

وقد مثلت نتائج أبحاث هؤلاء الباحثين على الشكل (2-3) ، حيث وضع $\log Re$

على محور السينات ، بينما $\log \lambda$ على محور العيّنات .

من الواضح في الشكل (2-3) أنه عندما يكون $R_e < 1$ من أجل الصخور

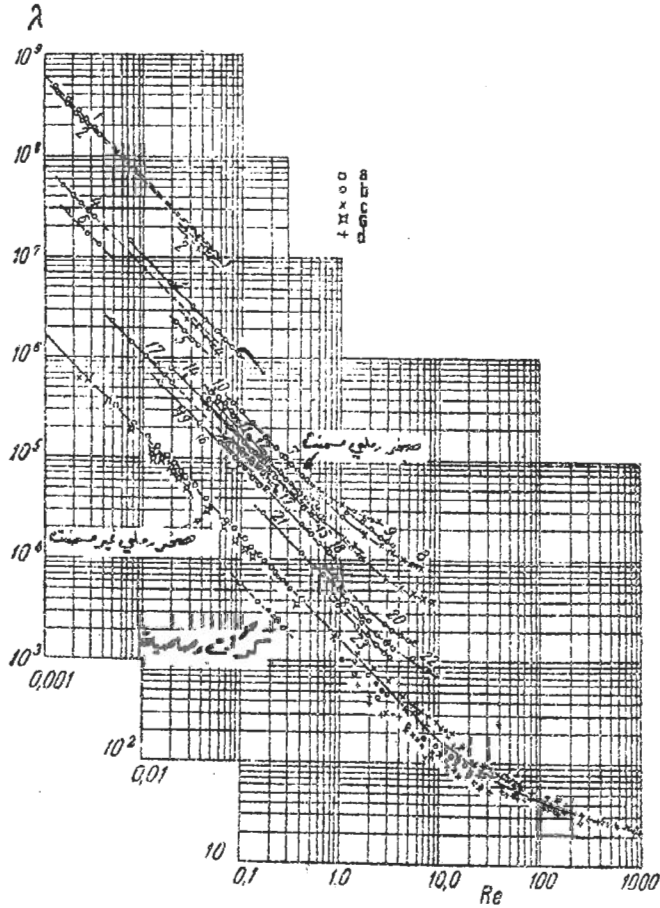
الرملية المسمّنة و $R_e < 4$ من أجل الصخور الرملية غير المسمّنة ، فإن المنحنيات

ستكون خطوطاً مستقيمة لها زاوية ميل على محور السينات 135° . أما من أجل

$R_e > 1$ للصخور الرملية المسمّنة و $R_e > 4$ للصخور الرملية غير المسمّنة فإن

العلاقة ستأخذ شكلاً منحنياً . أما الانتقال من الشكل المستقيم إلى المنحني سيكون

بشكل انسيابي .



شكل (٣-٢) : علاقة معامل المقاومة الهيدروليكية λ بعدد رينولدز Re .

حيث إن الأرقام الموجودة فوق المنحنيات تمثل أرقام العينات .

لنكتب العلاقة الرياضية التي تمثل الجزء الخطي من الشكل البياني (٣-٢) مع الأخذ بعين

الاعتبار أن زاوية ميل هذا الجزء على محور السينات هي 135 أي أن $\text{tg} 135 = -1$.

$$\log \lambda = B - \log Re \quad (٣٧-٢)$$

حيث إن : B - بعد نقطة تقاطع المستقيم مع محور العينات عن مبدأ الاحداثيات لنعوض

قيم Re و من المعادلات (٣٥-٢) ، (٣٦-٢) في المعادلة (٣٧-٢) فنجد :

$$\log \left(\frac{d_E \Delta P}{2 \rho v^2 \Delta L} \right) = B - \log \left(\frac{v d_E \rho}{\mu} \right) \quad (2-38)$$

$$B = \log A \quad \text{ومنه :}$$

حيث إن :

$$A = \frac{d_E^3 \cdot \Delta P}{2 v \mu \cdot \Delta L} \quad (2-39)$$

ومنه فإن سرعة الارتشاح ستعطى بالمعادلة :

$$v = \frac{d_E^3 \cdot \Delta P}{2 A \cdot \mu \cdot \Delta L} \quad (2-40)$$

تعبّر المعادلة (2-40) عن قانون دارسي ، وبمقارنتها مع المعادلة (2-16) نجد أن :

$$\frac{1}{2A} = SL(m, \epsilon) \quad (2-41)$$

وبالتالي يمكن القول إن الجزء المستقيم من الشكل البياني يمثل قانون دارسي (الارتشاح الخطي) . أي أن القيم الحرجة لعدد رينولدز من أجل الصخور الرملية المسمّنة هي $Re_{cr} = 1$ ، أما للصخور الرملية غير المسمّنة $Re_{cr} = 4$ والتي تقابل سرعة حرجة معينة لكل نوع من الصخور .

إن السلبية الأساسية في المعادلة (2-36) هي أنه يجب حساب القطر الفعال للحبيبات المكونة للصخر . وبسبب وجود طرق متعددة لحسابه فإننا سوف نحصل على قيم مختلفة له ، وبالتالي سوف نحصل على قيم مختلفة للعدد رينولدز . كذلك من الصعب تحديد القطر الفعال d_E من أجل الصخور الكلسية والدولوميتية ، وهذه السلبية تخص أيضاً علاقة بافلوفسكي (2-27) .

٢-٤-٤ - شليكاشوف (SHELLKACHOV) :

قلنا إنه من نواقص المعادلة (2-27) ، أنه يجب معرفة القطر الفعال للحبيبات المكونة للوسط المسامي . وبسبب وجود معادلات كثيرة مختلفة لحساب القطر الفعال فإننا سنحصل على قيم مختلفة لهذا القطر وبالتالي ستعطي نتائج غير دقيقة . لذلك فقد

قام شيلكاتشوف بدراسات واقترح معادلة لحساب القطر الفعال للحبيبات المكونة للصخر اعتماداً على المعادلة (٢١-٢) :

$$d_{fe} = \sqrt{\frac{K}{SL}} \quad (٤٢-٢)$$

نعوض هذه القيمة في المعادلة (٢٧-٢) فنحصل على :

$$Re = \frac{1}{0,75 m + 0,23} \cdot \frac{v \sqrt{K}}{v \sqrt{SL}} \quad (٤٣-٢)$$

كذلك فقد اعتمد على المعادلة التي يحسب بها عدد سليختر (١٥-٢) :

$$SL = \frac{n^2}{96 (1 - m)}$$

وبتعويض هذه القيمة بالمعادلة (٤٣-٢) نجد :

$$Re = \frac{1}{0,75 m + 0,23} \cdot \frac{v \sqrt{96 (1 - m) K}}{v \cdot n} \quad (٤٤-٢)$$

كذلك فقد توصل إلى المساواة التالية :

$$\frac{\sqrt{96 (1 - m)}}{n (0,75 m + 0,23)} \cong \frac{10}{m^{2,3}}$$

وبالتعويض في المعادلة (٤٤-٢) نحصل على معادلة شيلكاتشوف لحساب عدد رينولدز :

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \cdot \frac{v \sqrt{K}}{v} \quad (٤٥-٢)$$

والقيمة الحرجة لهذه المعادلة تقع ضمن المجال :

$$Re_{kr} = 1 - 12 \quad (٤٦-٢)$$

إن ميزة المعادلة (٤٥-٢) عن المعادلة (٢٧-٢) هي أنها تستخدم أيضاً من أجل الصخور الرملية المسمنتة والكلسية والدولوميتية ، لأن قيم المسامية والنفاذية معروفة ، ولكن لدى إجراء الحسابات بالمعادلتين السابقتين حصل على توافق في النتائج ، وذلك من أجل الصخور الوهمية والصخور ذات الحبيبات المتوضعة توضعاً جيداً .

كذلك وللسهولة قام الباحث شيلكاتشوف باقتراح معامل جديد لاواحدة له ،

سماه بمعامل دارسي وبحسب بالعلاقة التالية :

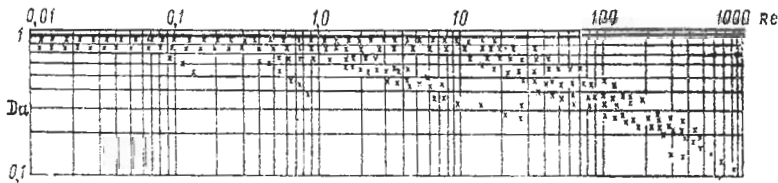
$$Da = \frac{v \cdot \mu / K}{\Delta P / L} = \frac{v \cdot \mu \cdot L}{K \cdot \Delta P} \quad (٤٧-٢)$$

نلاحظ من هذه المعادلة أن معامل دارسي يعتبر نسبة قوة الاحتكاك الناتجة عن لزوجة السائل إلى القوة الناتجة عن الضغط . وبمقارنة هذه المعادلة مع قانون دارسي (٢٢-٢) ، مع الافتراض بأن الطبقة أفقية ($P^* = P$) ، نجد أن معامل دارسي مساوٍ الواحد .

$$Da = 1 \quad (٤٨-٢)$$

إن المساواة في المعادلة (٤٧-٢) تتحقق فقط عندما يكون $Re < Re_c$. وإن إدخال مفهوم معامل دارسي يسهل بحث حدود استعمال قانون الارتشاح الخطي . فإذا وضعنا $\log Re$ على محور السينات و $\log Da$ على محور العيّنات ، سيكون هذه العلاقة خطية عندما يكون $\log Da = 0$ أي عندما يكون $Re < Re_c$ ، وعندما يبدأ المنحنى بالإبتعاد عن محور السينات فإن الجريان سيبدأ بالإنزياح عن قانون دارسي (عندما يكون $0 < \log Da < 1$) ، وعدد رينولدز المقابل لنقطة إنحراف المنحنى سيمثل القيمة الحرجة له .

ولإيضاح ماسبق بياناً على الشكل (٤-٢) ، كانت قد رسمت العلاقة مابين $\log Re$ ، $\log Da$ على شبكة لوغاريتمية ، والتي تمثل نتائج تحليل التجارب التي قام بها الباحث (عبدو الاغابوف ABDOLLAGABOV) بناء على علاقات شيلكاتشوف (الجدول رقم ١-٢) . فالمنحنيات التي تباعد عن محور السينات ($\log Re$) تمثل الارتشاحات غير الخطية حيث ($\log Da < 0$) من أجل عدة عينات من الوسط المسامي .



شكل (٤-٢) : علاقة معامل دارسي بعدد رينولدز

أجرى شيلكاتشوف تحليلاً للمعادلات التي حصل عليها الباحثون من أجل تحديد Re في هيدروليك الموائع الجوفية وتوصل إلى القيم الحرجة الممكنة لعدد رينولدز (Re_{kr}) والمثلة في الجدول (٢-١) حيث ومن الجدول هذا وفي الأعمدة (من ٤ حتى ٨) يمكن أن نلاحظ أن عدد رينولدز يتعلق بـ $(\sqrt{K})$ في المعادلات كافة ، وإن هذه المعادلات متشابهة ويمكن استخدامها عملياً .

والصفة المميزة لهذه المعادلات أنها تعطي مجالاً واسعاً لعدد رينولدز الحرج (Re_{kr}) من أجل عدة أنواع للوسط المسامي ، وهذا ناتج عن الاختلاف في خواص الوسط المسامي المستخدم في البحث . كذلك لا تدخل في هذه المعادلات معاملات كافية للوصف الكامل للوسط المسامي المعقد التركيب ، لذلك فإن استخدام تعابير المسامية والنفاذية غير كاف .

من الممكن تقسيم مجال تغير قيمة (Re_{kr}) إلى مجالات ضيقة مطابقة لكل مجموعة من عينات الوسط المسامي ، والذي يسهل تحديد حدود استخدام قانون دارسي عند حركة السوائل في أي نوع من الوسط المسامي .

ولقد أظهرت الدراسات التي جاءت فيما بعد أن حدود واستخدام عدد رينولدز الممثلة بالمعادلتين (٢-٣٠) ، (٢-٤٦) ، يجب أن تكون أوسع من ذلك .

نلاحظ مما سبق أن هناك شكلاً عاماً لكل المعادلات (٢-٢٩) ، (٢-٤٥)

يمكن كتابته على الشكل التالي :

$$Re = \frac{v \sqrt{K}}{v} f(\varepsilon, c_1, m) \quad (٢-٤٩)$$

حيث إن : ε - خشونة الجدران الداخلية للقنوات المسامية ، c_1 - معامل التعرج

ويساوي نسبة الطول الحقيقي للقناة المسامية إلى طول الخط المستقيم الواصل بين بداية ونهاية القناة المسامية .

الجدول (١-٢) : تعيين الحدود العليا لاستخدام قانون دارسي حسب نتائج أبحاث عدة .

الحدود	الظرف ١ ٠.٠٠١	الظرف ٢ ٠.٠٠١	الظرف ٣ ٠.٠٠١	الظرف ٤ ٠.٠٠١	الظرف ٥ ٠.٠٠١	الظرف ٦ ٠.٠٠١	الظرف ٧ ٠.٠٠١	الظرف ٨ ٠.٠٠١
1	2	3	4	5	6	7	8	
Re	$\frac{v \cdot d_E}{(0.75 \text{ m} / 0.23) v}$	$\frac{v d_E}{v}$	$\frac{10 v \sqrt{K}}{m^{1.5} v}$	$\frac{v \sqrt{K}}{m^{1.5} v}$	$\frac{4 \sqrt{2} v \sqrt{K}}{m^{1.5} v}$	$\frac{v \sqrt{K}}{v}$	$\frac{12(1-m) v \sqrt{K}}{m^2 v}$	
λ	-	$\frac{d_E \Delta P}{2L \rho v^2}$	$\frac{2m^{1.5} \sqrt{K} \Delta P}{L \rho v^2}$	$\frac{m^{1.5} \sqrt{K} \Delta P}{2L \rho v^2}$	$\frac{2m^{1.5} \sqrt{K} \Delta P}{L \rho v^2}$	$\frac{\sqrt{K} \Delta P}{2L \rho v^2}$	$\frac{4.6(1-m)m^2 \sqrt{K} \Delta P}{L \rho v^2}$	
Re . λ	-	$\frac{0.5}{f(m) Da}$	$\frac{20}{Da}$	$\frac{0.5}{Da}$	$\frac{8 \sqrt{2}}{Da}$	$\frac{0.5}{Da}$	$\frac{55.2(1-m)^2}{Da}$	
Re _{cr}	7.5 - 9	1 - 4	0.032 - 14	0.0015 - 0.60	0.0085 - 3.4	-	0.019 - 8.1	

وأخيراً يمكن القول بأنه في بعض حالات ارتشاح السوائل قد يحدث إنزياح عن قانون الارتشاح الخطي ، ومن الواضح في العلاقات السابقة أن هذا الانزياح يزداد كلما كبرت سرعة حركة السائل وأقطار الحبيبات المكونة للوسط المسامي . فالسرعة الحرجة هي السرعة التي يبدأ عندها الانزياح عن قانون الارتشاح الخطي . والجدول (٢-١) يوضح تناقص كل من سرعة الارتشاح الحرجة والانحناء الهيدروليكي عند زيادة قطر الحبيبات المكونة للوسط المسامي .

جدول (٢-٢) : نتائج الدراسات والأبحاث التي أجريت لتحديد قيمة سرعة الارتشاح الحرجة

الانحناء الهيدروليكي i	سرعة الارتشاح الحرجة $v_{if} , \text{ cm/S}$	قطر الحبيبات $d , \text{ mm}$
6.67	1.03	0.57
1.63	0.61	0.90
0.54	0.35	1.35

لقد تم الحصول على هذه النتائج لدى دراسة ارتشاح الماء خلال طبقات رملية ذات حبيبات كبيرة .

إن كافة الدراسات التي تمت كانت قد اهتمت بالإخلال بقانون دارسي فقط ، لذلك يظهر لدينا سؤال هام هو : هل يؤدي الإخلال بقانون دارسي إلى إخلال بصفحية الجريان ؟ يمكن الإجابة على هذا السؤال بالنفي . فلقد أثبتت التجارب التي أجريت حول هذا الموضوع أنه عند الإخلال بقانون دارسي يبقى الجريان صفحياً ، حيث أن اضطرابية الجريان يمكن أن تظهر فقط عند قيم أكبر بكثير من القيم الحرجة لعدد رينولدز (Re_{cr}) التي تم الحصول عليها سابقاً . وهنا يظهر سؤال آخر : كيف يفسر الإخلال بقانون دارسي ؟ .

يظهر دور قوى العطالة عند زيادة سرعة حركة السائل أو الغاز في الوسط المسامي حيث إنه ستتغير قيم واتجاه سرعة جزيئات السائل بشكل كبير بسبب تعرج القنوات المسامية وتغير مقاييسها . فالتغيرات الكبيرة في السرعة تعني وجود قوى

عطالة كبيرة والتي تؤدي إلى الإخلال بقانون دارسي .

وهكذا فإن الإخلال بقانون دارسي للارتشاح لا يعني الإخلال بالنظام الصفحي للجريان .

٢-٥- قوانين الارتشاح غير الخطية :

لقد ذكرنا سابقاً أن قانون الارتشاح ينزاح عن قانون الارتشاح الخطي عند

ازدياد Re عن Re_{kr} وذلك بسببين :

(١) وجود سرعة ارتشاح كبيرة $v > v_{kr}$.

(٢) كبر قطر الحبيبات المكونة للوسط المسامي (عند سرعة ارتشاح صغيرة) .

٢-٥-١- سرعة ارتشاح كبيرة :

لدى استثمار الآبار التامة هيدروديناميكياً ستكون سرعة الارتشاح عادة أصغر

من السرعة الحرجة $v < v_{kr}$ ، عندئذ لن يحدث انزياح عن قانون الارتشاح الخطي .

أما في الواقع تكون أغلب الآبار غير تامة، حيث يتم التدفق إلى البئر من خلال الثقوب

الموجودة في مواسير التغليف أي أن سطح الارتشاح سيصغر ويكون مساوياً :

$$F = \frac{\pi D^2}{4} \cdot n \cdot b \quad (٢-٥٠)$$

حيث إن : D - قطر الثقب ، n - عدد الثقوب في المتر الطولي من المواسير ،

b - سماكة الطبقة .

وكما هو معروف أن سرعة الارتشاح تعطى بالعلاقة التالية :

$$v = \frac{Q}{F} \quad (٢-٥١)$$

حيث إن Q - التدفق الحجمي للسائل (الإنتاجية) .

وبالتالي فإن سرعة الارتشاح ستزداد بشكل كبير وتصبح أكبر من السرعة

الحرجة وسينزاح قانون الارتشاح عن القانون الخطي .

لقد أجريت أبحاث كثيرة حول الانزياح عن قانون الارتشاح الخطي وسنلخصها فيما يلي :

لقد أعطى الباحث بوزيرفسكي (POZERSKY) علاقة تربط سرعة الارتشاح